

O mundo não está ameaçado pelas pessoas más, e sim por aquelas que permitem a maldade. Albert Einstein

1º ano – Curso Eletromecânica Matemática– Lista 03

Prof. Osnildo Carvalho

<http://osnildo.wordpress.com/>
osnildocarvalho@yahoo.com.br

Função Modular

1. Módulo

Seendo $x \in \mathbb{R}$, define-se módulo ou valor absoluto de x , que se indica por $|x|$, por meio da relação:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Isso significa que: **o módulo de um número real é sempre positivo ou zero.**

Propriedades

Decorrem da definição as seguintes propriedades:

- i. $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- ii. $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- iii. $|x| = |-x|, \forall x \in \mathbb{R}$
- iv. $|x| = a \Leftrightarrow x = a \text{ ou } x = -a$
- v. $|x| = y \Rightarrow y \geq 0$
- vi. $|x| \cdot |y| = |x \cdot y|$
- vii. $|x| : |y| = |x : y|$
- viii. $|x|^2 = |x^2| = x^2$
- ix. $\sqrt{x^2} = |x|$

2. Inequações Modulares

Seendo $a \in \mathbb{R}$ e $a > 0$, as desigualdades $|x| > a, |x| < a, |x| \geq a$ e $|x| \leq a$ podem ser escritas como intervalos e representadas na reta real:

1. $|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ ou } x > a$

2. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$

EXERCÍCIOS

1. Resolva as seguintes equações modulares:

- | | |
|---------------------|---------------------------|
| a) $ x+1 = 5$ | b) $ x-3 = 0$ |
| c) $ x-6 = -5$ | d) $ 3x+2 = 2x+1 $ |
| e) $ x-2 = 2x-3$ | f) $ 3x-4 = 2$ |
| g) $ 5-3x = 4$ | h) $ 2x^2-3x+1 = 1$ |
| i) $ -2x+1 = x+2$ | j) $ 3x-2 = x-1$ |
| l) $ x-6 = 3-2x $ | m) $ x ^2 - 5 x + 4 = 0$ |
- n) 2. $|x|^2 + 3|x| - 14 = 0$ o) $||x-2| - 7| = 6$

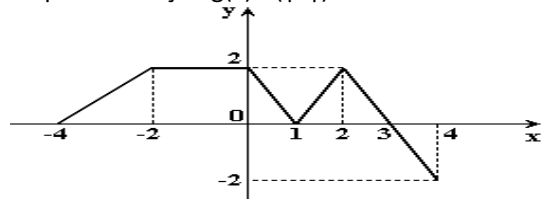
p) $|x| + |x-3| = 5$
r) $|x^2 - 5x| = 6$

q) $|x-1| + |x-2| = 5$
s) $|x|^2 + 2|x| - 15 = 0$

2. Construa o gráfico das funções abaixo:

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| a) $f(x) = x + 5$ | b) $f(x) = x - 1$ |
| c) $f(x) = x-3 $ | d) $f(x) = -x+2 $ |
| e) $f(x) = x^2 - 1 $ | f) $f(x) = x^2 - 3x $ |
| g) $f(x) = \frac{ x }{x}$ | h) $f(x) = \frac{ x+2 }{x+2}$ |
| i) $y = x+1 + x-1 $ | j) $f(x) = x + x-4 $ |
| l) $f(x) = x+4 $ | m) $f(x) = 1-x $ |
| n) $f(x) = - 3x $ | o) $f(x) = -x^2 + 2x + 8 $ |

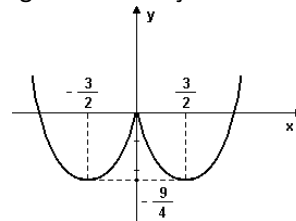
3. (Ufpe) Na figura a seguir temos o gráfico de uma função $f(x)$ definida no intervalo fechado $[-4, 4]$. Com respeito à função $g(x) = f(|x|)$ é incorreto afirmar:



- a) O ponto $(-4, -2)$ pertence ao gráfico de g .
- b) O gráfico de g é simétrico com relação ao eixo Oy das ordenadas.
- c) $g(x)$ se anula para x igual a $-3, -1, 1$ e 3 .
- d) $g(-x) = g(x)$ para todo x no intervalo $[-4, 4]$.
- e) $g(x) \geq 0$ para todo x no intervalo $[-4, 4]$.

4. (UFBA) Considerando-se a função real $f(x) = x^2 - 3|x|$, é verdade:

- (01) A imagem da função f é $[-3, +\infty[$.
- (02) A função f é bijetora, se $x \in]-\infty, -2]$ e $f(x) \in [-2, +\infty[$.
- (04) A função f é crescente, para todo $x \geq 0$.
- (08) O gráfico da função f intercepta os eixos coordenados em três pontos.
- (16) Para todo $x \in \{-1, 4\}$, tem-se $f(x) = 4$.
- (32) O gráfico da função f é



5. (Cesgranrio) O conjunto Imagem da função $f(x) = |x^2 - 4x + 8| + 1$ é o intervalo:

- a) $[5, +\infty[$
- b) $[4, +\infty[$
- c) $[3, +\infty[$
- d) $[1, +\infty[$
- e) $[0, +\infty[$

6. (Vunesp) Resolver a equação $x^2 - 3|x| + 2 = 0$, tomando como universo o conjunto \mathbb{R} dos números reais.

7. (UECE) Seja $W = \{x \in \mathbb{R}; |3x+1| = |x-2|\}$. A soma dos elementos de W é:

- a) -5/4 b) -3/4 c) ¼ d) 7/4

8. Considere a equação $(x^2 - 14x + 38)^2 = 11^2$.

O número de raízes reais DISTINTAS dessa equação é

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

9. (Fuvest) Seja $f(x) = |2x^2 - 1|$, $x \in \mathbb{R}$. Determinar os valores de x para os quais $f(x) < 1$.

10. (PUC-MG) Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / |x + 1| < 5\} \text{ e } B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| > 3\}.$$

O número de elementos do conjunto $A \cap B$ é:

- a) 2 b) 4 c) 8 d) 9 e) 11

11-Determinar o domínio das funções:

a) $f(x) = \sqrt{2 - |x - 1|}$ b) $f(x) = \sqrt{|x - 1| - 3}$ c) $f(x) = \frac{1}{|x - 1| - 2}$

12-Para que valores de x a função $f(x) = |x^2 + x - 1|$ é estritamente menor que 1?

13-(UESB) Se f é uma função tal que $f(x) = |x - 1| + |x + 1|$, então no intervalo $[-1, 1]$, a lei que define a função é equivalente a

- 01) $x^2 + 2x - 1$ 02) $x^2 - 2x + 1$ 03) $x^2 - x$ 04) $x^2 - 1$ 05) $x^2 + 1$

14-(UFSC) Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |2x + 5|$.

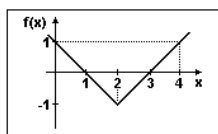
Determine a soma dos números associados às proposições CORRETAS.

01. f é injetora.
 02. O valor mínimo assumido por f é zero.
 04. O gráfico de f intercepta o eixo y no ponto de coordenadas $(0, 5)$.
 08. O gráfico de f é uma reta.
 16. f é uma função par.

soma ()

15-(UFC) Seja f uma função real de variável real cujo gráfico está representado adiante.

Se $g(x) = 2f(x) - 1$, assinale a alternativa cujo gráfico melhor representa $|g(x)|$.



- a) b) c)
- d)
- e)

16- (UEFS) A função $f(x) = x|x - 1| - 1$ é igual a

- 01) $x^2 - x - 1$ 02) $-x^2 + 2x + 1$
 03) $\begin{cases} x^2 - x - 1, \text{ se } x \geq 0 \\ -x^2 + x - 1, \text{ se } x < 0 \end{cases}$ 04) $\begin{cases} x^2 - x - 1, \text{ se } x \geq 1 \\ -x^2 + x - 1, \text{ se } x < 1 \end{cases}$

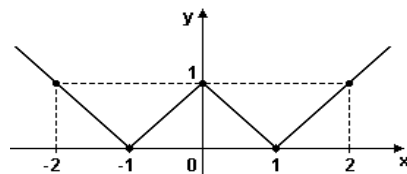
$$05) \begin{cases} x^2 + x - 1, \text{ se } x \geq 1 \\ -x^2 + x - 1, \text{ se } x < 1 \end{cases}$$

17-(UEFS) Se, para valores reais, não simultaneamente

nulos, de x e y , $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = \frac{1}{2}$, então $\left| \frac{x}{y} \right|$ é igual a

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

18-(UFES)



O gráfico acima representa a função

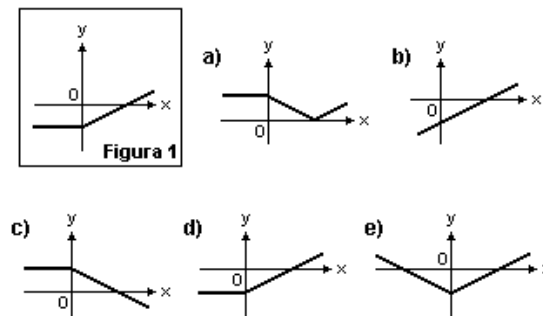
- a) $f(x) = ||x| - 1|$ b) $f(x) = |x - 1| + |x + 1| - 2$
 c) $f(x) = ||x| + 2| - 3$ d) $f(x) = |x - 1|$
 e) $f(x) = ||x| + 1| - 2$

19- (UFG) Seja \mathbb{R} o conjunto dos números reais. Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |1 - |x||$.

Assim,

- () $f(-4) = 5$.
 () o valor mínimo de f é zero.
 () f é crescente para x no intervalo $[0, 1]$.
 () a equação $f(x) = 1$ possui três soluções reais distintas.

20-(MACK) Na figura 1, temos o esboço do gráfico de uma função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} . O melhor esboço gráfico da função $g(x) = f(|x|)$ é:



21-(CESGRANRIO) No gráfico a seguir está representada a função afim $f(x)$. O gráfico que melhor representa $g(x) = |f(x)| - 1$ é:

