"Os filhos tornam-se para os pais, segundo a educação que recebem, uma recompensa ou um castigo"-- J. Schimidt

Curso Eletromecânica
Matemática
Prof. Osnildo Carvalho

http://osnildo.wordpress.com/
osnildocarvalho@yahoo.com.br

Progressões

1.(UEFS) Considerando-se a seqüência na tal que

- ✓ $a_1 = 0$
- ✓ $a_{n+1} = -\left[a_n + \dfrac{(-1)^n - 1}{2}\right], \forall n \in N^*,$

pode-se concluir que a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, nessa ordem é
a)1, -1, 0, 1, -1 b) -1, 1, -2, 2, -3
c)0, -1, 1, -2, 2 d)1,0,1,0,1 e)1,-1,2,-2,3

2.(UFBA) Considerando as seqüências:
i. (a_n), finita de oito termos, onde cada termo a_n é igual ao número de divisores inteiros positivos do seu respectivo índice n;

ii. (b_n), dada pela lei: $b_n = 3.(-2)^n$, $n \in N^*$.
Calcule b_6/a_7.

3. (UCSal) O termo geral de uma seqüência é

$a_n = \dfrac{(-1)^{n+1}.(n+1)}{n}$, ∀ n ∈ N∗. A diferença entre a_{15} e a_{20} é igual a:
a)13/6 b)127/60 c) 1/60 d)–1/60 e) n.d.a.

4. (UEFS-BA) Os termos da famosa seqüência de Fibonacci são definidos por:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + a_{n-1}, \text{ com } n \geq 2. \end{cases}$$

O valor de a_7 é igual a:

a) 55 b) 76 c) 89 d) 144 e) n.d.a.

5. (Fuvest- SP) O valor de x na equação

$$\sum_{n=3}^{5}(n+4) = \sum_{m=1}^{3}(mx)$$ é igual a:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

6.O somatório de $\sum_{n=1}^{3}(5n+2)$ é igual a:

a) 32 b) 33 c) 34 d) 35 e) 36

7.O valor do somatório de $\sum_{n=0}^{3} = (-1)^n + 2^{n+1}$ é:
a)28 b) 29 c) 30 d) 31 e) 32

GABARITO - Seqüências ou progressões										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-	e	96	b	e	c	e	c		
1										

Progressão Aritmética

- A diferença entre cada termo e o anterior é uma constante chamada de **razão(r)**.

Ex.:(2,4,6,8...)
Propriedades:

- Se (a,b,c) é uma P.A. então $b = \dfrac{a+c}{2}$
- A soma dos termos eqüidistantes dos extremos são iguais.

Ex.: (1,4,7,10,13,17)
Termo geral: $a_n = a_k + (n-k).r$
Soma dos n termos: $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n).n}{2}$
P.A. de 3 termos: (x-r, x, x+r)

1.(UEL) Uma progressão aritmética de n termos tem razão igual a 3. Se retirarmos os termos de ordem ímpar, os de ordem par formarão uma progressão
a) aritmética de razão 2
b) aritmética de razão 6
c) aritmética de razão 9
d) geométrica de razão 3
e) geométrica de razão 6

2.(Unaerp) Assinale a ÚNICA proposição CORRETA. A soma dos múltiplos de 10, compreendidos entre 1 e 1995, é
01) 198.000 02) 19.950 04) 199.000
08) 1.991.010 16) 19.900

3.(UEL) Interpolando-se 7 termos aritméticos entre os números 10 e 98, obtém-se uma progressão aritmética cujo termo central é
a) 45 b) 52 c) 54 d) 55 e) 57

4.(Fatec) Inserindo-se 5 números entre 18 e 96, de modo que a seqüência (18, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 96) seja uma progressão aritmética, tem-se a_3 igual a:

a) 43 b) 44 c) 45 d) 46 e) 47

5.(UESC) Numa via de tráfego, a velocidade máxima permitida é 80 km/h. Para o motorista que desrespeita essa lei, aplica-se o seguinte sistema de penalidades: na primeira infração, o motorista apenas recebe uma advertência; na segunda, paga uma multa de R$ 150,00 e, a partir da terceira, paga uma multa igual à anterior, acrescida de R$ 20,00. Sabendo-se que o motorista tem sua carteira apreendida após ter infringido dez vezes essa lei, conclui-se que, quando esse fato acontecer, o motorista terá pago pelas multas um total, em reais, igual a:
a)2400 b)2070 c)1980 7 d)1830 e)1420

6.(UEFS) Uma pessoa comprou um carro em seis prestações mensais que sofrem reduções iguais. Se a 1ªprestação foi de R$5000 e a 2ª, de R$4500, então o valor total, em reais, pago pelo carro corresponde a
A)18000 B)19500 C)20000 D)22500 E)24000
7.(UEFS) Sabendo-se, entre os números 13 e 694, existem x múltiplos de 11, x é igual a
A)64 02)63 03)62 04)61 05)60

8.(UESC) O 5º termo de uma progressão aritmética é (15x+1)/4, a razão é x/4, e o 1º termo é
01)(x+1)/4 02)(x+1)/20 03) (11x+1)/4
04)(11x+1/20 05) 11x/20 +1

9.(UEFS) As medidas , em grau, dos ângulos internos de um quadrilátero estão em progressão aritmética, e a medida do maior ângulo é onze vezes a medida do menor ângulo. A razão dessa progressão é
01)15º 02)20º 03)25º 04)30º 05)50º

10.(UFBA) Uma industria foi implantada com um ritmo de produção tal que garantiu um aumento mensal constante até o 59º mês, quando afinal a produção mensal se estabilizou. A soma da produção do 2º mês com a do 4º foi igual a 40 unidades, e e do 3º mês com ao do 6º, igual a 55 unidades. Com base nessas informações, pode-se afirmar:
(01) A industria produziu 15 unidades no 1º mês de funcionamento.
(02)Até o 59º mês, o aumento mensal da produção era de 5 unidades.
(04) Ao fim dos 6 meses de atividades, a industria já tinha produzido um total de 145 unidades
(08)Aos 24 meses de atividades, a industria estava produzindo 125 unidades
(16) A industria estabilizou sua produção, ao alcançar o marco de 300 unidades mensais.

11.(UFBA) Durante 15 dias, um automóvel é submetido a testes de desempenho mecânico. No primeiro dia ele percorre 40 km; no segundo, 60 km; no terceiro, 80 km; e assim sucessivamente, até o último dia, quando percorre x km. Calcule x/10.

12.(UEFS) Um certo tipo de loteria paga, ao acertador, um prêmio equivalente a 100 vezes o valor apostado. Na primeira vez apostou R$1,00 e, nas vezes seguintes, acrescentou sempre mais R$3,00 à aposta anterior. Tendo acertado na décima jogada, decidiu parar. Levando-se em conta o que foi gasto nas apostas e o valor recebido como prêmio, pode-se concluir que essa pessoa teve um lucro, em reais, igual a
A)2800 B)2655 C)2100 D) 1548 E)1000

13.(IAENE) Sabemos que a partir de 1971 os governadores começaram a ser eleitos de 4 em 4 anos. Levando em conta essa data, quando governará o 10º governador
A)1990 B)1995 C)2000 D)2004 E)2007

14.(UEFS) Um personal trainner sugeriu a um jovem iniciante em atividades físicas que seguisse o seguinte programa de condicionamento físico, durante um mês, e que, depois, faria uma avaliação.

	Corrida	Caminhada
1ºdia	500m	1000m
2ºdia	600m	1250m
3ºdia	700m	1500m
. . .	. . .	. . .

Com base nos dados, pode-se afirmar que, ao final de 15 dias, o jovem tinha totalizado, em caminhada e em corrida,
A)40,50Km B)44,25km C)59,25km D)82,50km E)90,00km

15.(UFBA) Numa olimpíada foram colocados, numa pista retilínea, 30 tochas acesas distando 3metros uma da outra e um recipiente contendo água a 1m metro antes da 1ªtocha. Um atleta deveria partir do local onde está o recipiente, pegar a 1ª tocha, retornar ao ponto de partida para apaga-la e repetir esse movimento até apagar a 30ªtocha. Sabendo-se que x expressa a quantidade total de metros percorridos, determine a soma dos algarismos que compõe o número x.

16.(FGV) A soma dos múltiplos de 7 entre 20 e 1000 é
A)71000 B)71007 C)71050 D)77777 E)17000

17.(UNEB) Sabe-se que a progressão aritmética (1,4,7,10,...) possui x termos com três digitos. Assim sendo,pode-se concluir que x é igual a
01)299 02)300 03)301 04) 305 05)308

18.(FABAC) Em um treinamento intensivo de 15 dias, um ciclista percorreu 840km. Considerando-se que, no segundo dia, percorreu o dobro dos quilômetros percorridos no primeiro, no terceiro o triplo da quilometragem percorrida no primeiro, e assim sucessivamente, pode-se afirmar que durante o segundo dia desse treinamento o ciclista percorreu, em km,
01)7 02)10 03)14 04)15 05)20

19.(UEFS) A soma de três números consecutivos de uma progressão aritmética crescente é 21 e a soma de seus quadrados, 165. A razão entre o número maior e o menor dessa progressão é
01)4/7 02)2/5 03)10/7 04)5/2 05)7/4

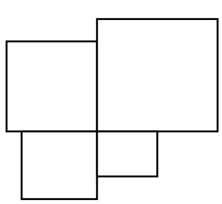
20.(BANCO DO NORDESTE) Um operário é contratado por 90 dias, recebendo diariamente um valor em reais igual ao número de dias trabalhados. No final da tarefa, ele ganhou:
A)R$90 b)R$8100 c)R$4050 d)R$4095 e)R$8010

21.(UEFS) Um motorista comprou um automóvel por R$14400,00 e o vendeu no momento em que o total gasto com sua manutenção era igual a 1/3 dessa quantia.
Sabendo-se que, no primeiro ano, após te-lo comprado, o motorista gastou R$300,00 com a sua manutenção e, a partir daí, a cada ano seguinte, o custo com a manutenção foi de R$200,00 a mais que no ano anterior, conclui-se que o tempo, em anos, que o motorista permaneceu com o automóvel foi igual a
A)4 B)5 C)6 D)7 E)8

22.(UEFS) Em 2003, as idades de três irmãos, são numericamente iguais aos termos de uma progressão aritmética de razão 4 e, daqui a 5 anos, a soma dessas idades será igual a 60. Nessas condições, pode-se afirmar que atualmente a idade do mais
a)jovem é 10 anos b)jovem é 11 anos
c)velho é 12 anos d)velho é 14 anos
e)velho é 15 anos

23.(UEFS) Se, numa PA, a soma dos três primeiros termos é igual a zero, ae a soma dos dez primeiros termos é igual a 70, então a razão dessa progressão é:
a) –3 b) –2 c)2 d)3 e)4

24.(UEFS)



Na figura, a soma das medidas das áreas dos quadrados é igual a 12u.a., e essas medidas estão em progressão aritmética. Se a medida da área do quadrado menor é numericamente igual ao comprimento do lado do quadrado maior, então a área do quadrado menor, mede em u.a.,
a)2,0 b)2,5 c)3,0 d)3,5 e)4,0

GABARITO - PA										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-	b	04	c	b	b	d	03	03	05
1	*	32	b	e		15	c	02	03	04
2	c	c	b	c	a					

10---02-08

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

- O quociente entre cada termo e o anterior é uma constante chamada de **razão(q)**.

Ex.:(1,2,4,8,16,32,...)
Propriedades:

- Se (a,b,c) é uma P.A. então $b^2 = a.c$
- O produto dos termos eqüidistantes dos extremos são iguais.

Termo geral: $a_n = a_k.q^{n-k}$

Soma dos n termos: $S_n = \dfrac{a_1.(q^n - 1)}{q-1}$

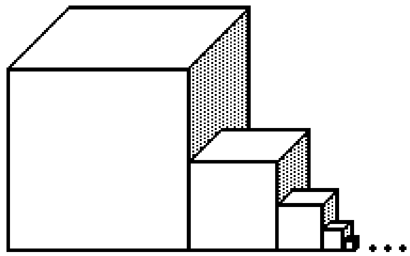
Soma dos finitos termos: $S_\infty = \dfrac{a_1}{1-q}$

P.G. de 3 termos: $\left(\dfrac{x}{q}, x, x.q\right)$

1.(UFRS) Se log a = 1,7, log b = 2,2 e log c = 2,7, então a, b, c, nesta ordem, formam uma
a) progressão geométrica de razão 10.
b) progressão geométrica de razão $\sqrt{}$10.
c) progressão geométrica de razão 0,5.
d) progressão aritmética de razão 0,5.
e) progressão aritmética de razão $\sqrt{}$10.

2.(UFSCAR) A condição para que três números a, b e c estejam, simultaneamente, em progressão aritmética e em progressão geométrica é que
a) $ac = b^2$. b) a + c = 2b. c) $a + c = b^2$.
d) a = b = c. e) ac = 2b.

3.(UEL) Na figura abaixo, a aresta do cubo maior mede a, e os outros cubos foram construídos de modo que a medida da respectiva aresta seja a metade da aresta do cubo anterior. Imaginando que a construção continue indefinidamente, a soma dos volumes de todos os cubos será:



a) 0 b) $a^3/2$ c) $7a^3/8$ d) $8a^3/7$ e) $2a^3$

4.(PUC) O terceiro e o sétimo termos de uma Progressão Geométrica valem, respectivamente, 10 e 18. O quinto termo dessa Progressão é
a) 14 b) $\sqrt{30}$ c) $2.\sqrt{7}$ d) $6.\sqrt{5}$ e) 30

5.(UEFS) Se (x,x+2, x+1, ...) é uma progressão geométrica, então o quarto termo á igual a
01)-1/2 02)-1/3 03)-1/6 04)1/6 05)1/3

6.(UEFS) Sabendo-se que os números 27^n,9^n,81, estão nessa ordem, em progressão geométrica, então o valor de $\sqrt{10^{-n}}$ é igual a
01)100 02)10 03)1 04)0,1 05)0,01

7.(UEFS) Em determinado jogo, o prêmio pago a cada acertador é 100 vezes o valor de sua aposta. Certo jogador resolve manter o seguinte esquema de jogo; aposta R$5,00 na 1ª tentativa, R$10,00 na 2ª , R$ 20,00 na 3ª, e assim sucessivamente. Se na 20ª tentativa o jogador é premiado, então o valor do prêmio, em , reais, pago a esse ganhador será de
01)$5^0.2^{21}$ 02)5.2^{21} 03)$5^2.2^{21}$ 04)$5^3.2^{21}$ 05)$5^4 \cdot 2^{21}$

8.(UNEB) Três números estão em progressão aritmética de razão r=1/2 e suas potências de base 3, na mesma ordem, estão em progressão geométrica de razão q. Logo, o produto r.q é igual a
01)$(2\sqrt{2})/3$ 02) $\sqrt{3}$ 03) $\sqrt{2}$ 04) $\sqrt{3}/2$ 05)$1/\sqrt{2}$

9.(UESB) Se os números estão em progressão geométrica de razão 2, então yz/x^2 é igual a
01)2 02)4 03)6 04)8 05)16

10.(UEFS) As medidas, em metros, dos lados de um triângulo são expressas por x+1, 2x e x^2 e estão em progressão geométrica, nessa ordem. O perímetro do triângulo, em metros, mede
01)9 02)95 03)19 04) 28 05)30

11.(UFBA) Um jogador faz uma série de apostas e, na primeira vez , perde R$1,00; na segunda, duplica a aposta anterior e perde R$2,00; na terceira, duplica a aposta anterior e perde R$ 4,00; e assim sucessivamente, até ter perdido um total de R$255,00. calcule quantas vezes o jogador apostou.

12.(UEFS) Adicionando-se a mesma constante a cada um os números 3, 6 e 10, nessa ordem, obtém-se uma progressão geométrica de razão igual a
a)2/5 b)4/3 c)2 d)5/2 e)3

13.(UNEB) A área de uma face, a área total e o volume de um cubo são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica. Nessas condições, a medida da aresta desse cubo, em unidades de comprimento, é igual a:
01)3 02)6 04)16 05)36

14.(UCSAL) Determine quantos termos tem a P.G.(6,18,...,1458).

15.(UCSAL) O produto dos três termos de uma progressão geométrica crescente é 216. Se o terceiro termo é igual a soma de 10 com os outros termos, então a razão dessa progressão é:
a)6 b)5 c)4 d)3 e)2

16.(UCSAL) Se a seqüência (x, x-1, x+2,...) é uma P.G., o seu quarto termo é igual a:
a)x-3 b)-81/4 c)-27/4 d)9/4 e)27/4

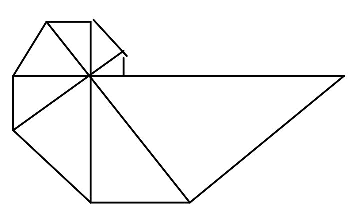
17.(UFBA) Uma pessoa colocou x reais num cofre na 1ª semana e, em cada semana seguinte, o dobro da quantia anterior. Nove semanas depois ao abrir o cofre, havia 40880. determine x.

18.(UCSAL) A solução da equação $\frac{x+1}{2}+\frac{x+1}{8}+\frac{x+1}{32}+...=12$, no universo IR, é um número:
a)primo b)múltiplo de 3 c)divisível por 3 d)fracionário e)quadrado perfeito

19.(UCSAL) O limite da soma 2+1/2+1/5+1/4+1/25+1/8+1/125+... para $n\to\infty$ é uma fração irredutível a/b. Encontre a+b.

20.(UNEB) Para que a soma dos termos da seqüência 2^{-5}, 2^{-4}, 2^{-3},...,2^k, $k\in \mathbf{Z}$, seja igual a 255/32, o valor de k deve ser igual a
01) –1 02)0 03)2 04)5 05)8

21.(UEFS)



A figura é composta por oito triângulos retângulos isósceles, sendo a área do triângulo menor igual a 1 u.a.

A partir dessa informação, pode-se afirmar que as áreas dos oito triângulos formam uma progressão geométrica de razão igual a
A)2, e a soma de todas elas é igual a 255 u. a.
B)2, e a soma de todas elas é igual a 128 u.a.
C) $\sqrt{2}$, e a soma de todas elas é igual a 128 u.a.
D) $\sqrt{2}$, e a soma de todas elas é igual a 128 $\sqrt{2}$ u.a.
E)2 $\sqrt{2}$, e a soma de todas elas é igual a 128 $\sqrt{2}$ u.a.

22.(UESB) Se a progressão geométrica (a_1, a_2,...,a_n,...) é tal que $a_1.a_4.a_{10} = 8$ então, $a_4.a_6$ é igual a:
a)1 b)2 c)4 d)8 e)10

23. Em R, a solução da equação
$x+\frac{x}{3}+\frac{x}{9}+\frac{x}{27}+...=15$ é:

a) 1 b) 3 d) $\frac{1215}{121}$ e) $\frac{45}{2}$

GABARITO - PG										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-	B	D	D	D	04	05	04	04	04
1	03	8	b	05	6	d	c	80	a	17
2	05	A								

CURIOSIDADES:

O cálculo rápido de Gauss

Karl Friedrich Gauss foi um matemático que viveu de 1777 a 1855.
Conta-se que Gauss, quando tinha aproximadamente 9 anos de idade, surpreendeu seu professor.
O professor, querendo manter silêncio na sala de aula por longo tempo, pediu aos alunos que somassem todos os números inteiros de 1 a 100, isto é, 1+2+3+ ... + 98+99+100
Em poucos minutos Gauss deu a resposta correta com o seguinte raciocínio:
Escreveu:
1+2+3+ ... + 98+99+100
em seguida,inverteu a série: 100+99+98+ ... + 3+2+1
A seguir, somou termo a termo:
101+101+101+ ... +101+101+101
Verificou que ficou com 100 parcelas de 101, ou seja
100 x 101 = 10100
Como usou 2 vezes a sequência de 1 a 100, cada parcela de 101 entrou 2 vezes na soma. Então, dividiu o total, ouseja:
10100 / 2 = 5050
Assim, em poucos minutos deu a resposta correta surpeendendo o professor e frustando-o em pensar que teria silêncio na turma durante um longo tempo.
De forma intuitiva, Gauss resolveu o problema com a fórmula que usamos normalmente, ou seja:
S_{100} = ((1+100) . 100) / 2 = 5050

Você quer ficar rico em 1 mês?

Se você conseguir guardar 1 centavo no primeiro dia, 2 centavos no segundo dia, 4 centavos no terceiro dia, 8 centavos no quarto dia,etc, sempre dobrando a quantia guardada no dia anterior, em apenas 1 mês você estará rico !
Duvida?
Acompanhe: 1º dia : R$ 0,01
2º dia : R$ 0,02
3º dia : R$ 0,04
4º dia : R$ 0,08
....
8º dia : R$ 1,28
____
Total em 8 dias : R$ 2,55
Em 8 dias você já tem guardado R$ 2,55.
Você imagina quanto terá guardado no final de 30 dias, agindo sempre da mesma forma?
Nada mais, nada menos do que R$ 10 737 418,00 (dez milhões, setecentos e trinta e sete mil e quatrocentos e dezoito reais)!!!!
Confira com uma calculadora. E porque não fazemos isso então? Tente fazer usando uma calculadora e verá porque não conseguimos fazer isso.

A produção de milho do reino como recompensa

Há uma lenda que diz ter um rei perguntado ao inventor do jogo de xadres o que ele queia como recompensa.
O inventor respondeu então:
1 grão de trigo pela primeira casa, 2 grãos de trigo pela segunda casa, 4 pela terceira, 16 pela quinta, e assim sucessivamente, sempre dobrando a quantia da nova casa.
O rei, apesar de ter concordado, não pode dar a recompensa ao inventor porque nem toda a produção de milho de seu reino daria o total da recompensa pedida.
A impossibilidade do rei cumprir a promessa deve-se ao seguinte cálculo:
Como o tabuleiro de xadrez tem 64 casas, o rei teria que dar a soma dos 64 primeiros termos da PG:
1, 2, 4, 8, 16, 32, ... (onde a razãoé q=2)
Assim, teria o rei que dar:
$S_n = a_1(q^n - 1) / (q -1)$, ou seja:
$S_{64} = 1(2^{64}-1) / (2-1) = 2^{64} - 1 =$
18446744073709551615 grãos de trigo.
Realmente o rei não poderia cumprir a promessa de recompensar